SZAKMAI BESZÁMOLÓ
A KUTATÁSI PROGRAM MEGVALÓSÍTÁSÁRÓL

A kutatási program címe: Kevésbé ismert geometriai tételek alkalmazása

A kutatást vezető mentor neve: Schédl Ilona

A kutatócsoport tanulóinak száma: 5 fő

Érintett tudományterület (*jelölje aláhúzással az érintett tudományterületet*):

- **Természettudományok**
  - Biológiai tudományok
  - Fizikai tudományok
  - Földtudományok
  - Kémiai tudományok
  - Környezettudományok
  - Multidiszciplináris természettudományok
- **Műszaki tudományok**
  - Agrár műszaki tudományok
  - Anyagtudományok és technológiák
  - Építészmérnöki tudományok
  - Építőmérnöki tudományok
  - Gépészeti tudományok
  - Informatikai tudományok
  - Közlekedéstudományok
  - Vegyészmérnöki tudományok
  - Villamosmérnöki tudományok
  - Multidiszciplináris műszaki tudományok
- **Matematika**
  - Matematika

1. Kérjük, készítse el a megvalósult kutatási program munkatervét az alábbi szempontok alapján (*legalább két A4-es oldal terjedelemben*)**:**

- Mutassa be a kutatási program tartalmát (tervezett és megvalósult elemek);
- Sorolja fel a kutatási program céljának elérése érdekében alkalmazott kutatási módszereket!
- Mutassa be, hozott-e új ismereteket és/vagy új eredményeket a megvalósítás.
- Mutassa be, hogyan hasznosultak a projekt eredményei (pedagógiai eredmények, a projekt eredménye).
- A projekt (várható) társadalmi-gazdasági hasznosulásának összegzése.
- A sikeresen megvalósított elemek bemutatása a pályázatban leírt munkatervhez képest.
- Mutassa be, mit tart a projekt legsikeresebb elemének, illetve legnagyobb eredményének!
- Mutassa be, mit tart a projekt legkevésbé sikeres elemének!

Céljaink voltak a fent említett tételek felfedeztető megismerése, igazolása, alkalmazása konkrét feladatok megoldásában, újabb alkalmazási területek keresése (beleértve egyes gyakorlatorientáltabb (informatikai) területeket is.

A Steiner-tétel, a Stewart-tétel, a Van Aubel-tétel és alkalmazásai (itt csak a bevezető esszenciális részeket közöljük).

A Steiner-tétel és alkalmazásai

Tétel (Steiner)

Legyen ABC egy háromszög és M, N a BC oldal két pontja.

Ha $MAB\angle = NAC\angle$, akkor teljesül

$\dfrac{MB}{MC} \cdot \dfrac{NB}{NC} = \dfrac{AB^2}{AC^2}$ (Steiner-féle összefüggés)

Alkalmazások:

1. Legyen ABC egy háromszög és AM az A csúcsból induló szimedián.

   Akkor $\dfrac{BM}{CM} = \left(\dfrac{AB}{AC}\right)^2$

2. Számítsuk ki a háromszög szimediánjának hosszát, az oldalak függvényében.

3. Legyen ABC egy derékszögű háromszög $(BAC\angle = 90°)$. Bizonyítsuk be, hogy az A csúcsból induló AD magasság szimedián is.

4. Bizonyítsuk be, hogy egy háromszög három, egymást egy pontban metsző transzverzálisának a megfelelő belső szögfelezőkre vett tükörképei szintén egy pontban metszik egymást.

A Stewart-tétel és alkalmazásai

A Matematika Tanítása egy régebbi számában egy versenyfeladat kapcsán említésre került a Stewart-tétel, mint a feladat szerzői számára ismeretlen tétel. Ez adta az ötletet, hogy bemutassam ezt a kevésbé ismert összefüggést néhány alkalmazásán keresztül.

Tétel (Stewart)

Legyen ABC egy háromszög és M a BC oldal egy pontja. Ekkor teljesül:

$AM^2 \cdot BC = AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot BM - BC \cdot BM \cdot CM$

Alkalmazások:

1. *Egy háromszög oldalai a, b, c. Mekkora az „a" oldalhoz tartozó súlyvonal?*

Alkalmazások:

1. *Egy háromszög oldalai a, b, c. Mekkora az „a" oldalhoz tartozó súlyvonal?*

2. Legyen ABC egy háromszög és AD az A szög belső szögfelezője $(D \in BC)$. Akkor

   $AD^2 = \dfrac{4bc}{(b+c)^2} p(p-a)$, ahol $p = \dfrac{K}{2}$ az ABC háromszög félkerülete.

3. ABC egy derékszögű háromszög. Legyen D és E a BC átfogó két harmadolópontja. Bizonyítsuk be, hogy $AD^2 + AE^2 + DE^2 = \dfrac{2}{3} BC^2$.

4. Legyen ABC egy egyenlő szárú háromszög ($AB = AC$) és legyen D a BC oldal egy tetszőleges pontja. Az AD szakasz meghosszabbítása E-ben metszi a háromszög köré írható kört. Bizonyítsuk be, hogy $AB^2 = AD \cdot AE$

5. Legyen ABC egy háromszög és M a BC oldal egy pontja. Tudva, hogy teljesül az $MA^2 \cdot BC^2 = MB^2 \cdot AC^2 + MC^2 \cdot AB^2$ összefüggés, bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög derékszögű.

6. Tegyük fel, hogy az ABC hegyesszögű háromszögben $AB > AC$ és jelölje a háromszög köré írt kör középpontját O. Az A csúcsból húzott magasságvonal a BO egyenest az E, a CO egyenest az F pontban metszi. Igazoljuk, hogy $AE \cdot AF = BE \cdot CF$

(A IX. Nemzetközi Magyar Matematikaverseny egyik feladata)

7. Legyen S az ABC háromszög súlypontja és M a sík egy tetszőleges pontja. Igazoljuk, hogy

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MS^2 + SA^2 + SB^2 + SC^2$$

8. Legyen G az ABC háromszög súlypontja és O a háromszög köré írt kör középpontja. Fejezzük ki OG-t a háromszög oldalai és a köré írható kör sugarának függvényében.

9. Az ABC háromszög AB, AC, BC oldalain rendre felvesszük a tetszőleges C_1, B_1 és A_1 pontokat. Az AA_1, BB_1 és CC_1 egyenesek a háromszög köré írt kört rendre A_2, B_2, C_2 pontokban metszik. Ekkor fennáll az alábbi egyenlőtlenség:

$$\frac{AA_1}{A_1A_2} + \frac{BB_1}{B_1B_2} + \frac{CC_1}{C_1C_2} \geq 9$$

10. Legyen $ABCD$ egy konvex négyszög, O a négyszög átlóinak metszéspontja és M egy tetszőleges térbeli pont. Akkor fennáll

$$MA^2 \cdot T_{BCD\Delta} + MC^2 \cdot T_{ABD\Delta} = MB^2 \cdot T_{ACD\Delta} + MD^2 \cdot T_{ABC\Delta} + (AO \cdot OC - BO \cdot OD) \cdot T_{ABCD}$$

(térbeli Stewart összefüggés).

11. Igazoljuk, hogy bármely D pontra, amely nincs a BC egyenesen, léteznek olyan A pontok, amelyre teljesül a Stewart-összefüggés, azaz

$$AD^2 \cdot BC = AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD - BD \cdot DC \cdot BC$$

A Van-Aubel tétel és alkalmazásai

Tétel (Van-Aubel)

Legyen ABC egy háromszög és P egy tetszőleges pont a háromszög síkjában. Az a három egyenes, amelyek P-t a háromszög csúcsaival kötik össze, a szemközti oldalak tartóegyeneseit rendre A', B', C' pontokban metszik. Ekkor fennáll

$\frac{PA}{PA'} = \frac{B'A}{B'C} + \frac{C'A}{C'B}$ (Van-Aubel összefüggés)

Alkalmazások:

1. Legyen P az $ABCD$ paralelogramma AB oldalának egy tetszőleges pontja. A PC egyenes a BD átlót M-ben, míg a PD egyenes az AC átlót N-ben metszi. Igazoljuk, hogy $\frac{MP}{MC} + \frac{NP}{ND} = 1$

2. Legyen $ABCD$ egy olyan paralelogramma, melyben $BAC\angle$ hegyesszög. Legyen az AC és BD átlók metszéspontja O. Legyen E az OB szakasz felezőpontja, valamint $AE \cap BC = \{F\}$, $OF \cap AB = \{H\}$, $AE \cap CH = \{L\}$. Igazoljuk, hogy L a CH szakasz felezőpontja.

3. Legyenek A', B', C' az ABC háromszög BC, CA és AB egyenesein fekvő pontok úgy, hogy az AA', BB' és CC' egyenesek egy P pontban metszik egymást. Határozzuk meg a $\frac{PA}{PA'} + \frac{PB}{PB'} + \frac{PC}{PC'}$ kifejezés minimumát!

4. Legyen ABC egy derékszögű háromszög $(BAC\angle = 90°)$. Igazoljuk, hogy ha O a beírt kör középpontja, akkor $1 < \frac{OA}{OE} \le \sqrt{2}$, ahol E az A-ból induló belső szögfelező és a BC oldal metszéspontja.

5. Legyenek AA', BB' és CC' az ABC háromszög olyan transzverzálisai, melyek egy M pontban metszik egymást. Bizonyítsuk be, hogy az $\frac{MA}{MA'} = \frac{MB}{MB'} = \frac{MC}{MC'}$ egyenlőség akkor és csak akkor teljesül, ha M a háromszög súlypontja.

Az elsődleges céljaink teljesültek, és az ezek eléréséhez vezető út során sikereket értünk el a szintén célként kitűzött természettudományos kutatásmódszertan megismerésében (a résztvevők sokat fejlődtek az igényes problémafelvetésben, hipotézisek alkotásában és vizsgálatában, az igazolás precíz megvalósításában, a következmények pontos megfogalmazásában), a megszerzett ismeretek más területeken való mozgósításában (alkalmazások találása a matematikán belül és kívül; számítástechnikai vonatkozások felismerése), a szakmai/kutatói team- illetve projektmunka megismerésében és gyakorlásában, az elért eredmények megosztásában/ismertetésében.

Ebben nagy szerepe volt az alkalmazott módszereknek:

A résztvevő tanulók képességeire és hozzáállására alapozva a szokásos középiskolás tevékenységeknél igényesebb és gazdagabb munkaformákat tudtunk alkalmazni a programban; valóban megalapozottan használhattuk a projekt- és team-munkát. Ezek keretében összehangoltuk a frontális és közös munkát (a tanulók egyéni és közös felkészülését illetve kutatását, a mentori előadást, a mentor-diák egyéni konzultációt, a mentor-csoport konzultációt, az egyéni eredmények ismertetését a mentorral, a társakkal és az érdeklődő közönséggel, egyetemmel való együttműködésben külső előadó előadását, a csoportos konzultációt a bemutatóra való felkészülésnél).

Az egyes diákok oldaláról nézve a tevékenység átfogta az egyéni, önálló tájékozódást (nyomtatott és online szakirodalom, előadás), a konzultációt (mentorral illetve csoporttal), az egyéni munka eredményeinek megosztását (szóban és írásban).
A projekt elsődleges és pedagógiai eredményein kívül is szép sikereket hozott a résztvevők kompetenciájának fejlődése; matematikán kívüli (informatikai) és matematikai tanulmányi versenyeken egyaránt nagyon sikeresek voltak egyéni és csapatversenyekben is (eredménylistát ld. lentebb).
A projekt megvalósított elemei (tevékenységek): egyéni/csoportos felkészülés, egyéni/csoportos/mentori előadás, megbeszélés/csoportmunka, gyakorlati/szervezési tevékenységek (tanulók is!), előadás közönség előtt, tanulmányi versenyek, konferenciák, tanulmányi kirándulás, díjátadó ünnepségen való részvétel. A tervezettekhez képest többletként valósult meg a Hajnal Imre Tesztversenyen és konferencián való részvételünk Gyulán, a budapesti tanulmányi kirándulásunk és a projektet lezáró „minikonferencia" . A gyulai konferencián az iskolánk projekten kívüli tanulói közül is igyekeztünk többeket bevonni a programba, hogy a következőkben is legyen folytatója eddigi eredményes munkánknak; őket is igyekeztünk motiválni és bevezetni ebbe a világba. Versenyeztünk és előadásokat hallgattunk a Szegedi Tudományegyetem és az üzleti szféra alkalmazott tudományt művelő tagjaitól, a projekthez kapcsolódó tanárainknak lehetősége volt az előadókkal való kapcsolattartásra. A budapesti tanulmányi kirándulás során a kötetlenebb/szórakoztatóbb tartalomra, a társtudományokra illetve a tudomány/gondolkodás aktuális alkalmazásaira helyeztük a hangsúlyt (például Csodák Palotája).
A projekt legsikeresebb eleme a fent említett „minikonferencia" volt, amelyet iskolánkban rendeztünk: a tartalma a partneregyetem oktatója és tanulóink által megtartott, kétrészes, integrált előadás, amely egyszerre volt a projektet lezáró jellegű beszámoló és ismeretet átadó, motiváló hatású rendezvény. A zsúfolt teremnyi valódi érdeklődő közönséget segédanyaggal is elláttuk.
A projekt legkevésbé sikerült vonása (a pályázati pénzhez való időben elcsúszott hozzájutás miatt) az utazási költségek és beszerzések kényszeredett, nem optimális ütemezése volt.

2. Mutassa be, hogy a kutatási program megvalósítása milyen ütemezés szerint történt!

Hónap	Elvégzett feladatok	Részt vevő diákok neve	Elért eredmények
2016-10	Ismerkedés a projekttel.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	Program megismerése, egyéni vállalások megalapozása.
2016-11	A feladatok felosztása, szakirodalom (válogatása). Vendég előadó motiváló, bevezető előadása.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	A tanulók érdeklődési körének és távlati céljainak megfelelő feladatok vállalása, egyéni- és csoportmunkatervek kidolgozása, a szakirodalom használatának megismerése.
2016-12	A Steiner–tétel ismertetése,	Kiglics Mátyás	Az adott téma

	bizonyítása. Szakirodalom válogatása, feladatok keresése.	Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	megismerése. A tételek alkalmazása.
2017-01	Egy tanuló bemutatja az általa kiválasztott feladat megoldását. Egyéb kapcsolódó feladatok.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	Önálló gondolkodás, feladatmegoldás. Vállalt feladat előadása.
2017-02	A Stewart-tétel ismertetése, bizonyítása. Szakirodalom válogatása, feladatok keresése.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	Az adott téma megismerése. A tételek alkalmazása.
2017-03	Egy tanuló bemutatja az általa kiválasztott feladat megoldását. Egyéb kapcsolódó feladatok.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	Önálló gondolkodás, feladatmegoldás. Vállalt feladat előadása.
2017-04-08	Részvétel a Hajnal Imre Tesztverseny és konferencia rendezvényen Gyulán	Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	versenyeredmények, új ismeretek szerzése, kitekintés, szakmai kommunikáció gyakorlata
2017-04	A Van- Aubel tétel ismertetése, bizonyítása. Szakirodalom válogatása, feladatok keresése.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	Az adott téma megismerése. A tételek alkalmazása.
2017-05	Egy tanuló bemutatja az általa kiválasztott feladat megoldását. Egyéb kapcsolódó feladatok.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	Önálló gondolkodás, feladatmegoldás. Vállalt feladat előadása.
2017-06-07 10:30-12:30	„Minikonferencia”	Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	eredmények bemutatása, motiválás, szervezés, ill. szakmai kommunikáció gyakorlása
2017-06	Végső összegzés. A projekt beszámolójának elkészítése.	Kiglics Mátyás Melis Nándor Molnár István Szabó Imre Varjú Dániel	A tapasztalatok összegzése, értékelése.

3. Amennyiben a program megvalósítása során a pályázatban szereplő ütemezéstől eltértek, vagy a program a tervezetthez képest megváltozott, mutassa be az eltérést, és indokolja a módosítás okát!. (*maximum 1000 karakter*)

A tervezettekhez képest többletként valósult meg a Hajnal Imre Tesztversenyen és konferencián való részvételünk Gyulán, a budapesti tanulmányi kirándulásunk és a projektet lezáró „minikonferencia”, más eltérés nem volt.

4. Kérjük, válaszoljon az alábbi kérdésekre:

- Mutassa be, hogy a kutatási projekt hogyan segítette elő a programban résztvevő tanulók fejlődését, tehetségük kibontakoztatását? (*max. 1000 karakter*)

Az elmúlt tanévben mindannyiuknál szemléletváltozást tapasztaltunk, a matematika „tantárgyként” való felfogása helyett ma már inkább célszerű és szívesen végzett elfoglaltságként tekintenek a feladatra. A végzős tanulónknál a szakmai elkötelezettség, szakmai kommunikáció és az alkalmazott tudomány fontosságának tudata erősödött, a fiatalabbak pedig magukévá tették a tudományos precizitás, következetesség, igényesség alapvető követelményét, magasabb szintre lépett az önálló- és csapatmunkájuk, csiszolódott előadói- és együttműködési képességük, bevezetődtek az idegen nyelvű szakirodalom használatába.

- Mi alapján választották ki a kutatási programban részt vevő tanulókat? (*max. 500 karakter*)

A kiválasztott tanulók matematikából nemcsak tehetségesek és eredményesek, hanem érdekeltek is, és már évek óta az elvártnál több időt és energiát fektettek ebbe. Részt vettek felkészítéseken (szaktanári, versenyekre való felkészítéseken, tehetséggondozó iskolában), matematikai diáktalálkozókon és szakmai programokon. Mindannyian bizonyították tudásukat országos versenyek dobogós helyezéseivel. Voltak már tapasztalataik arról, hogy a team-munka megsokszorozza az elvárásaikat, elkötelezettségüket, befektetett munkájukat és az elért eredményeket.

- Milyen egyéni fejlődési célokat értek a tanulókkal, és milyen tapasztalatokat szereztek a projekt során? (Amennyiben lehetséges, kérjük tanulónként megadni.) (*maximum 500 karakter*)

Kiglics Mátyás: a továbbtanulás tudatos megtervezése (készülés alkalmazott matematikán alapuló informatikai pályára), angol nyelvű szakirodalom használata, szóbeli szakmai kommunikáció fejlődése. Molnár István: önálló- és csapatmunka magasabb szintre emelése, pályaválasztás megalapozása. Varjú Dániel: önálló- és csapatmunka magasabb szintre emelése, angol nyelvű szakirodalom használata, együttműködés – szakmai kommunikáció fejlődése. Szabó Imre, Melis Nándor: tudományos igényesség megjelenése, önálló- és csapatmunka magasabb szintre emelése.

- Mi volt a tanulók konkrét feladata a projektben? (Amennyiben lehetséges, kérjük tanulónként megadni.) (*maximum 500 karakter*)

Kiglics Mátyás: informatikai eszközök használata a feladatokban, az eredmények informatikai alkalmazása. Molnár István, Szabó Imre: szögfelezővel kapcsolatos alkalmazások. Varjú Dániel, Melis Nándor: súlyvonallal kapcsolatos alkalmazások.

- Miben fejlődtek a tanulók az adott tématerületen? (Kérjük tanulónként megadni.) (*maximum 500 karakter*)

Kiglics Mátyás: koordináta-geometriai alkalmazások (analitikus geometria). Molnár István, Szabó Imre, Varjú Dániel, Melis Nándor: trigonometriai alkalmazások.

- Részt vett-e valamely tanuló hazai vagy nemzetközi versenyen a projekt eredményeivel? Amennyiben igen, röviden mutassa be! *(maximum 500 karakter)*

Ebben az első évben nem, de folytatás esetén jövőre tervezzük részvételünket a Szegedi Tudományegyetem által középiskolásoknak szervezett tudományos projektversenyében.

- Nevezze meg a kutatási program során felhasznált hazai és külföldi és/vagy idegen nyelvű szakirodalmat. Amennyiben kizárólag hazai irodalmat használtak, indokolja meg, miért! (*maximum 500 karakter*)

www.mathworld.wolfram.com, http://tankonyvtar.ttk.bme.hu, www.komal.hu, www.math.ubbcluj.ro/~andrasz, http://nmmv.berzsenyi.hu/feladatok, Hajós György: Bevezetés a geometriába, Reiman István: A geometria és határterületei, Horvay Katalin-Reiman István: Geometriai feladatok gyűjteménye I-II, Liviu Nicolescu-Vladimir Boskoff: Probleme practice de geometrie, Sándor József: Geometriai egyenlőtlenségek, https://www.geogebra.org, Sain Márton: Nincs királyi út! (matematikatörténet) illetve http://mek.oszk.hu/05000/05052/pdf.

- Röviden ismertesse, sikerült-e a kutatást befejezni. *(maximum 500 karakter*)

Igen, a projektzáró „minikonferencia” mind tartalmában, mind módszereiben, összegzése és lezárása volt a projektnek – a dokumentumaival együtt.

- Mutassa be a kutatásra vonatkozó további terveit, tervezi-e a projekt folytatását. *(maximum 500 karakter*)

Igen, ezt a résztvevő tanulók oldaláról alátámasztja, hogy négyen közülük a jövő tanévben 11. évfolyamosak lesznek, valamint a projekt idei tevékenységével megismerkedtek más tanulóink is, akik közül tudnánk meríteni. Folytatás esetén a tevékenységet bővítenénk a Szegedi Tudományegyetem által középiskolásoknak szervezett tudományos projektversenyében való részvétellel.

- A kutatásban való részvétel segítette-e a tanulókat a továbbtanulási döntésben, és amennyiben igen, hogyan segítette elő, hogy a természet-, a műszaki tudományok és a matematika területén folytassák tanulmányaikat a felsőoktatásban? *(maximum 1000 karakter*)

Mivel egyik tanulónk 12. évfolyamos volt, az ő továbbtanulásának, pályájának tudatos tervezésében lényeges szerepet játszott a projekt; alkalmazott matematikára alapozó informatikai pályára készül, az ELTE informatikus szakára adta be jelentkezését. A többi tanuló tizedikes volt; közülük szintén többen érdeklődnek matematika alkalmazásán alapuló pályák iránt (pénzügymatematika, alkalmazott közgazdaságtan, …)

- Mutassa be, hogy mely tudományterületeken kívánnak továbbtanulni a kutatásban részt vett tanulók. (*maximum 500 karakter*)

informatika, alkalmazott matematika, pénzügy matematika, alkalmazott közgazdaságtan

5. Röviden mutassa be, hogy jelen kutatásban való részvétel hogyan és milyen mértékben segítette elő a tanulók *tehetséggondozását*. (*maximum 1000 karakter*)

A program jellegének megfelelően nagy terünk nyílt az általános gondolkodási képességek fejlesztésére, melyek közül az induktív logika, absztrakciós képesség, divergens gondolkodás fejlesztését tartottuk a legfontosabbnak. Az alsóbb évfolyamosok esetén a matematikai gondolkodás igényességének, módszereinek elsajátítására koncentráltunk, a végzős tanulónk esetén a tudomány határterületeit, alkalmazási lehetőségeit szerettük volna elé tárni.
Az egyes diákok oldaláról nézve a tevékenység átfogta az egyéni, önálló tájékozódást (nyomtatott és online szakirodalom, előadás), a konzultációt (mentorral illetve csoporttal), az egyéni munka eredményeinek megosztását (szóban és írásban).
A projekt elsődleges és pedagógiai eredményein kívül is szép sikereket hozott a résztvevők kompetenciájának fejlődése; matematikán kívüli (informatikai) és matematikai tanulmányi versenyeken egyaránt nagyon sikeresek voltak egyéni és csapatversenyekben is (eredménylistát ld. lentebb).

6. Foglalja össze, hogy a kutatási tevékenység hogyan segítette elő, hogy a részt vevő tanulók természettudományos és/vagy műszaki kompetenciái fejlődjenek, illetve műszaki kompetenciáinak gyakorlatorientált fejlesztése megvalósuljon. (*maximum 1000 karakter*)

A projekt megvalósítása során sikereket értünk el a szintén célként kitűzött természettudományos kutatásmódszertan megismerésében (a résztvevők sokat fejlődtek az igényes problémafelvetésben, hipotézisek alkotásában és vizsgálatában, az igazolás precíz megvalósításában, a következmények pontos megfogalmazásában), a megszerzett ismeretek más területeken való mozgósításában (alkalmazások találása a matematikán belül és kívül; számítástechnikai vonatkozások felismerése), a szakmai/kutatói team- illetve projektmunka megismerésében és gyakorlásában, az elért eredmények megosztásában/ismertetésében. Alsóbb évfolyamos tanulóink esetében a tevékenység folytán javult az absztraktabb összefüggések felismerésének képessége, a térlátás. A végzős tanulónk esetében hangsúlyt helyeztünk arra, hogy az általa választott továbbtanulási iránynak megfelelő határterületeken is bővüljenek az ismeretei (alkalmazott matematika az informatikában).

7. Mutassa be a kutatással összefüggésben keletkezett publikációt/tanulmányt/előadást (amennyiben releváns). (*maximum 500 karakter*)

A projekt lezáró eseménye a kutatást és annak résztvevőit, egyénenkénti és közös produktumait bemutató „minikonferencia” volt. A néhány, egymáshoz szervesen kapcsolódó előadásból álló kétrészes, integrált előadást iskolánkban rendeztünk. A zsúfolt teremnyi közönség helyben kiosztott segédanyagokkal követhette a projektorral segített bemutatókat. Az előadók a partneregyetem oktatója és a résztvevő tanulók voltak, a hallgatóság az iskola valóban érdeklődő diákjai és tanár kollégáink voltak. Az esemény egyszerre volt lezáró jellegű beszámoló és ismeretet átadó, motiváló hatású rendezvény.

8. Mutassa be a költségvetésben tervezett költségek felhasználását, különös tekintettel a tárgyi eszközökre. (*maximum 1000 karakter*)

DOLOGI KIADÁSOK	Elszámolt összeg (Ft)	Felhasználás rövid szöveges bemutatása, indoklása
Utazás-, kiküldetés, szállítás, járműüzemeltetés költségei	86.331 Ft	OKTV-re utazás, OKTV matematika díjátadóra utazás: kísérőtanár, versenyzők, egyéb versenyek utazási költségei;

		matematikai rendezvények, konferenciákra való utazási költségek, Budapest, Szolnok (Január, február, március, április, május, június)
Sokszorosítás költségei (szolgáltatás), nyomdaköltség	0	0
Szakmai anyagok (szakkönyvek, újság, folyóirat) költségei	102.431 Ft	Szakkönyvek vásárlása, az idegen nyelvű szakirodalom olvasásához szükséges szótárak beszerzése
Egyéb szolgáltatások költségei	0	0
Egyéb beszerzések, anyagköltség kiadásai	0	0
Irodaszer költségei	42.139 Ft	A versenyekre való felkészüléshez szükséges irodaszer beszerzése (rovatolt papír, piros toll, táblafilc)
Egyéb, a feladat ellátáshoz kapcsolódó nevesített beszerzések, szolgáltatások, kiadások	10.490 Ft	megvendégelés: pogácsa, üdítő stb.
BÉRKÖLTSÉGEK ÉS SZEMÉLYI JELLEGŰ EGYÉB KIFIZETÉSEK	**Elszámolt összeg (Ft)**	**Ösztöndíjas neve**
Tanulók ösztöndíja	166.500 Ft	Kiglics Mátyás, Melis Nándor Endre, Molnár István, Szabó Imre, Varjú Dániel
Mentor ösztöndíja összesen	53.595 Ft	Schédl Ilona
TÁRGYI ESZKÖZÖK, IMMATERIÁLIS JAVAK	**Elszámolt összeg (Ft)**	**Felhasználás rövid szöveges bemutatása, indoklása**
200 ezer Ft alatti tárgyi eszközök, műszaki eszközök, berendezések	88.514 Ft	Tudományos számológépek beszerzése:10 db
200 ezer Ft feletti eszközök, berendezések	0	0
Szoftverek	0	0